

**Е. В. Мишина**

*Брянский государственный университет*

*им. академика И. Г. Петровского,*

*MishinaE.V@yandex.ru*

# **К ВОПРОСУ ОБ ОЦЕНКАХ В ВЕСОВОМ АНИЗОТРОПНОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА СМЕШАННЫХ НОРМ ФУНКЦИЙ, АНАЛИТИЧЕСКИХ В ПОЛИДИСКЕ**

Пусть  $U^n = \{z = (z_1, \dots, z_n) \in C^n, |z_j| < 1, 1 \leq j \leq n\}$  – единичный полидиск  $n$ -мерного комплексного пространства  $C^n$ ,  $T^n = \{z = (z_1, \dots, z_n) \in C^n, |z_j| = 1, 1 \leq j \leq n\}$  – его остов,  $H(U^n)$  – множество всех голоморфных в  $U^n$  функций. Обозначим через  $L^{p,q}(\omega)$ ,  $0 < p, q < \infty$ , – класс измеримых по Лебегу в  $U^n$  функций  $f$ , для которых

$$\|f\|_{L^{p,q}(\omega)} = \left( \int_0^1 \dots \int_0^1 \omega_1(1-r_1) \dots \omega_n(1-r_n) dr_1 \dots dr_n \times \right. \\ \left. \times \left( \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} |f(r_1 e^{i\varphi_1}, \dots, r_n e^{i\varphi_n})|^p d\varphi_1 \dots d\varphi_n \right)^{\frac{q}{p}} \right)^{\frac{1}{q}} < +\infty.$$

Положим  $A^{p,q}(\omega) = L^{p,q}(\omega) \cap H(U^n)$ . В пространстве  $A^{p,q}(\omega)$  вводится соответствующая  $L^{p,q}(\omega)$ -квазинорма.

Весовым анизотропным классом Соболева аналитических в полидиске функций  $A_{\beta}^{p,q}(U^n)$ ,  $0 < p, q < \infty$ ,  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n) \in \mathbb{R}_+^n$ ,  $1 \leq j \leq n$ , назовем класс голоморфных функций  $f$ , для которых

$$\|f\|_{A_{\beta}^{p,q}(U^n)} = \left( \int_0^1 \dots \int_0^1 \omega_1(1-r_1) \dots \omega_n \cdot \right. \\ \left. \cdot (1-r_n)(1-r_1)^{\beta_1 q} \dots (1-r_n)^{\beta_n q} dr_1 \dots dr_n \right. \\ \left. \left( \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} |D^{\beta} f(r_1 e^{i\varphi_1} \dots r_n e^{i\varphi_n})|^p d\varphi_1 \dots d\varphi_n \right)^{\frac{q}{p}} \right)^{\frac{1}{q}} < +\infty.$$

В случае  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ , где  $\beta_j > 0$ , дробная производная порядка  $\beta$  понимается в смысле Римана – Лиувилля. Пусть  $f \in H(U^n)$ ,  $f(z) = \sum_{|k|=0}^{\infty} a_k z^k$ . Тогда дробная производная порядка  $\beta$  определяется следующим образом

$$D^\beta f(z) = \sum_{|k|=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k + \beta + 1)}{\Gamma(\beta + 1)\Gamma(k + 1)} a_k z^k.$$

Используя результаты и методы, описанные в работе [1], доказывается следующее утверждение.

**Теорема.** Пусть  $f \in A_{\beta}^{p,q}(U^n)$ ,  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n) \in \mathbb{R}_+^n$ ,  $1 \leq j \leq n$ ,  $0 < p, q < \infty$ . Тогда справедливы оценки

$$\begin{aligned} & C_1 \left( \int_0^1 \dots \int_0^1 \omega_1(1-r_1) \dots \omega_n(1-r_n) (1-r_1)^{\beta_1 q} \dots (1-r_n)^{\beta_n q} dr_1 \dots dr_n \times \right. \\ & \quad \times \left. \left( \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} |D^\beta f(r_1 e^{i\varphi_1}, \dots, r_n e^{i\varphi_n})|^p \right)^{\frac{q}{p}} d\varphi_1 \dots d\varphi_n \right)^{\frac{1}{q}} \leq \\ & \leq \left( \int_0^1 \dots \int_0^1 \omega_1(1-r_1) \dots \times \right. \\ & \quad \times \omega_n(1-r_n) dr_1 \dots dr_n \cdot \\ & \quad \cdot \left. \left( \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} |f(r_1 e^{i\varphi_1}, \dots, r_n e^{i\varphi_n})|^p d\varphi_1 \dots d\varphi_n \right)^{\frac{q}{p}} \right)^{\frac{1}{q}} \leq \\ & \leq C_2 \left( \int_0^1 \dots \int_0^1 \omega_1(1-r_1) \dots \omega_n(1-r_n) (1-r_1)^{\beta_1 q} \dots (1-r_n)^{\beta_n q} dr_1 \dots dr_n \right. \\ & \quad \cdot \left. \left( \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} |D^\beta f(r_1 e^{i\varphi_1}, \dots, r_n e^{i\varphi_n})|^p d\varphi_1 \dots d\varphi_n \right)^{\frac{q}{p}} \right)^{\frac{1}{q}} \end{aligned}$$

где  $C_1, C_2$  - положительные константы, не зависящие от  $f$ .

Отметим, что в классах гармонических в полупространстве функций при  $\omega(t) = t^\alpha$  аналог нашей теоремы другим методом установлен в работе [2].

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Шамоян Ф. А., Антоненкова О. Е. *Преобразование Коши линейных непрерывных функционалов и проекторы в весовых пространствах аналитических функций* // Сиб. матем. журн. – 2005. – Т. 46. – № 6. – С. 1208–1234.
2. Avetisyan K. *Fractional integro-differentiation in harmonic mixed norm spaces on a half-space* // Comment. Math. Univ. Carolinae. – 2001. – V. 42. – No 4. – P. 691–709.

**Н. А. Мокеева**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
n.mokeeva@mail.ru*

**ПРОЦЕДУРЫ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ  
С ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ В ПАКЕТЕ *LATEX*  
И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В СИСТЕМЕ *PREX*  
КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ**

Современное математическое образование предъявляет жесткие требования к уровню и темпам подготовки специалистов высшей школы. При уменьшении количества часов большая часть времени уделяется самостоятельной работе студентов. В то же время система контроля качества знаний студентов осуществляется в балльно-рейтинговой системе. Эти новые требования приводят к необходимости систематизации учебно-методической работы, усиления контроля качества полученных знаний, своевременного и быстрого анализа достигнутых результатов. Все это позволяют сделать современные информационные технологии.